

Étude des paramètres permettant la description mathématique de l'asphéricité cornéenne

D. Gatinel, M. Haouat, T. Hoang-Xuan

Service d'Ophthalmologie, Fondation Ophtalmologique A. de Rothschild, Hôpital Bichat Claude-Bernard, Université Paris VII.
Correspondance : D. Gatinel, Fondation Ophtalmologique A. de Rothschild, 25, rue Manin, 75019 Paris.
Reçu le 21 décembre 2000. Accepté le 26 mars 2001.

A review of mathematical descriptors of corneal asphericity

D. Gatinel, M. Haouat, T. Hoang-Xuan

J. Fr. Ophthalmol., 2002; 25, 1: 81-90

Purpose: Corneal asphericity may be modeled on a conic section which can be described by the apical radius of curvature in the meridian studied and by a measure of the degree of asphericity.

Material and methods: Through an extensive review of the literature, we expose the principles, the population variations and report the application of such corneal modeling.

Results: The aspheric anterior corneal surface can be described by a conic section, defined by its radius of curvature and by a parameter measuring asphericity. We analyse the various parameters used in the literature to determine their usefulness. Conic sections, obtained by cutting a cone by a plane, include ellipses, hyperbolas and parabolas.

Two useful parameters are the apical radius of the ellipse and its eccentricity defined in Cartesian terms by a second order equation where the apical radius is R and the eccentricity is e:

$$y=2Rx-(1-e^2)x^2$$

The apical radius is that of the circle tangent to the apex of the conic section and e describes the variation of this curve with distance from the corneal apex. Baker introduced the form factor p making the equation:

$$y^2=2Rx-px^2$$

with

$$p=1-e^2$$

It is easier to understand the effect of alteration of p than of e on corneal curvature: There is a relation between the horizontal, a, and the vertical, b, semi-axes and R:

- when $p>0$,

- if $a>b$, $p<1$, and the ellipse is prolate.

- if $a<b$, $p>1$, and the ellipse is oblate.

- if $a=b$, $p=1$ and the ellipse is a circle.

$$p = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{R}{a}$$

The advantage of this notation is that e^2 can be greater than 1

When $p=0$ the conic section is a parabola, when $p<0$ it is a hyperbola.

Kiely *et al.* studied corneal asphericity by photokeratometry and introduced the parameter Q, where $Q=p-1$. Q, the asphericity factor, is used by the Eysis and Orbscan systems; when $Q=0$ the cornea is spherical.

Thus different parameters describe variations in corneal curvature along any meridian.

Average anterior corneal asphericity using various keratometric systems is $p=0.8$, making the corneal section a prolate ellipse. However there is great individual variation, 20% of normals exhibiting oblate ($p>1$), paraboloid ($p=0$) or hyperbolic ($p<0$) corneas. all becoming more spherical with age.

Little connection between asphericity and ametropia is reported, except for a tendency to flattening in myopia and towards oblateness in progressive myopia.

Direct measurement of denuded cadaver corneas gave a prolate elliptical profile although calculation after deduction of epithelial thickness measured by ultrasonic biomicroscopy suggested $p=-0.22$, a hyperbolic profile. The few reports on the posterior surface suggest it to be hyperbolic or prolate.

Increasing distance from the corneal apex worsens the comparison to a conic section as flattening increases.

INTRODUCTION

La cornée est une surface asphérique : sa courbure varie en chaque point d'un méridien considéré. Parmi les modèles mathématiques proposés pour fournir une description proche de la réalité asphérique de la cornée, les sections coniques sont les plus utilisées et fournissent une approximation permettant d'appréhender la forme du profil cornéen au moyen de deux variables : le rayon de courbure apical du méridien considéré, et un paramètre permettant d'en quantifier l'asphéricité. Cet article a pour but d'analyser les caractéristiques des différents paramètres utilisés dans la littérature pour quantifier l'asphéricité cornéenne, et d'exposer l'intérêt de ce type de modélisation.

81

UTILISATION DES SECTIONS CONIQUES POUR LA DESCRIPTION DU PROFIL CORNÉEN

Origine et définition des coniques

Le nom de « sections coniques » provient du fait que ces courbes sont obtenues en coupant un cône de révolution par un plan. Cette famille de courbes semble avoir été découverte par Menaechmus, un savant grec du quatrième siècle avant notre ère. Celui-ci avait observé qu'en coupant un cône « double » de différentes manières, on obtient une ellipse, une hyperbole, ou une parabole (*fig. 1*). Un

Precision can be improved by adding polynomial coefficients above the second degree to the equation of the section:

$$y = y_{conique} + C_2 U^2 C_3 X^3 + C_4 X^4 \dots$$

The non-toric 3D corneal surface can be described by the following equation for the revolution of a conic section about the optic axis :

$$x^2 + y^2 + pz^2 - 2rz = 0$$

where z is the axis of revolution.

Since the mean value of p is 0.8 this corresponds to a sphere stretched along one axis, as is a rugby ball. Each meridian has the same radius of curvature and the value of p is constant.

For a toric cornea the radius and value of p must be defined for two meridians at right angles. This corresponds to an elongation on an axis different from that of revolution.

Similarly a toric ellipsoid is generated by rotation of an arc around an axis at right angles to its elongation.

Because of its asphericity, representation of the corneal surface depends on the direction in which its curvature is measured : In the ellipsoidal model this depends on the principal meridians, the tangential, in the plane of the axis of symmetry and the saggital, perpendicular to this. These may define two radii of curvature, the saggital (axial) and the tangential. Most algorithms assume these properties of ellipsoids.

Asphericity is translated into variations in radius of curvature from apex to periphery, increasing for a flat periphery, decreasing for a steep one. Associated to toricity, it gives rise to the common butterfly pattern.

Spherical aberration is minimal through a small pupil but becomes significant the larger the aperture, with deterioration of image quality. Ray-tracing allows analysis of the effects of non-axial rays.

The mean value of Q, at -0.26 thanks to the naturally prolate asphericity of the cornea reduces spherical aberration by half. The relaxed form of the crystalline lens further reduces it by inducing the opposite spherical aberration to that of the cornea. This is important in accommodation and presbyopia.

The use of an aspheric corneal surface in the schematic eye allows calculation of the ideal asphericity, which corresponds quite well with clinical findings. Radial keratotomy reverses the natural asphericity of the cornea. Photorefractive keratotomy (PRK) also changes asphericity, Q increasing to an oblate value. These changes might increase spherical aberration, explaining some postoperative deficiencies. Current excimer laser protocols ignore asphericity, relying on paraxial algorithms alone. New strategies to control asphericity in order to diminish spherical aberration may offer solutions.

The original conic section models were made to improve the geometry of contact lenses. Understanding of asphericity is important in adaptation after refractive surgery. Modification of spherical aberration by contact lenses and corneal warpage induced by rigid lenses have also been studied.

Conclusion: The approximation of the corneal surface by a conic section allows understanding of corneal asphericity and offers a quantitative description. This allows a more precise description of the corneal surface and of the genesis of certain optical aberrations of the eye.

Key-words: Asphericity, conic section, cornea, oblate, prolate, spherical aberration.

Étude des paramètres permettant la description mathématique de l'asphéricité cornéenne

Le profil cornéen est asphérique et peut être modélisé par une section conique. Cette famille de courbe mathématique permet de décrire la forme du profil cornéen au moyen de deux variables : le rayon de courbure apical du méridien considéré, et un paramètre permettant d'en quantifier l'asphéricité. Au travers d'une revue de la littérature, nous avons étudié les variations de l'asphéricité cornéenne dans la population générale et rapporté l'intérêt et les différents domaines d'application de la modélisation cornéenne par les sections coniques en ophtalmologie.

Mots-clés : Aberrations sphériques, asphéricité, cornée, oblate, prolate, sections coniques.

82

siècle plus tard, le géomètre grec Apollonius de Perga en fit une description aussi précise qu'exhaustive, dans un traité en huit tomes contenant 487 propositions [1]. Les propriétés des sections coniques seront par la suite utilisées dans de nombreux domaines scientifiques, en particulier l'astronomie (lois de Kepler) et l'optique. Les sections coniques ont été utilisées pour la première fois au début des années 70 par Townsley [2] puis Mandell *et al.* [3] pour décrire la forme d'une section cornéenne.

Propriétés géométriques des coniques à l'origine des différents paramètres utilisés pour décrire l'asphéricité cornéenne

Deux variables suffisent pour décrire une section conique. Celles-ci

peuvent être un foyer et une droite (directrice) : le rapport des distances à la directrice et au foyer définit l'excentricité, et est constant pour chacun des points d'une même section conique (*fig. 2*). Quand ce rapport est inférieur à un, la courbe est une ellipse (« ellipse » signifie « manque » en grec).

La notion de foyer est essentielle en astronomie, où les sections coniques sont utilisées pour décrire la trajectoire de certains astres. S'il est commode d'utiliser cette propriété pour étudier l'orbite des planètes du système solaire (orbites elliptiques où le soleil occupe l'un des foyers), elle est beaucoup moins utile à la description du profil cornéen, pour laquelle deux paramètres plus intelligibles sur le plan clinique peuvent être choisis. Le premier est le rayon du cercle osculateur (cercle ayant la même

courbure que l'ellipse au sommet de celle-ci). Le deuxième est l'excentricité définie plus haut, dont la valeur désigne le type de conique. Dans un repère cartésien ortho-normé, l'équation d'une section conique de rayon apical R, d'excentricité e et dont le sommet est confondu avec l'origine du repère est alors une équation du second degré et peut s'écrire :

$$y^2 = 2Rx - (1 - e^2)x^2 \quad (1)$$

Si le cercle osculateur et la section conique ne sont égales mathématiquement qu'en un point situé à l'apex, en pratique il est possible de considérer quand ils servent à modéliser le profil cornéen que ces figures partagent la même courbure au voisinage immédiat de l'apex (région paraxiale). Du rayon du cercle osculateur dépend la courbure du sommet de la section conique. En revanche, à

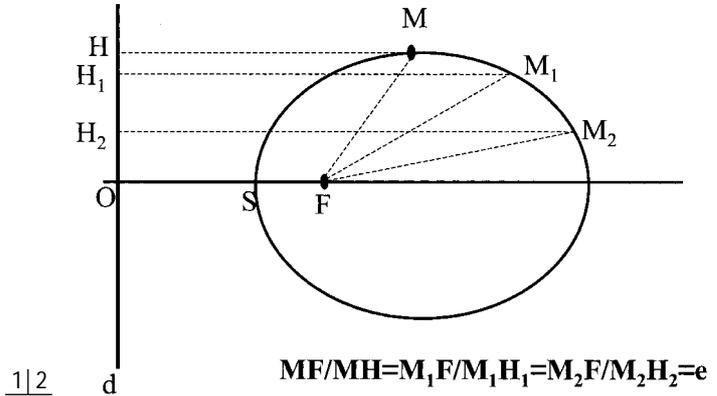
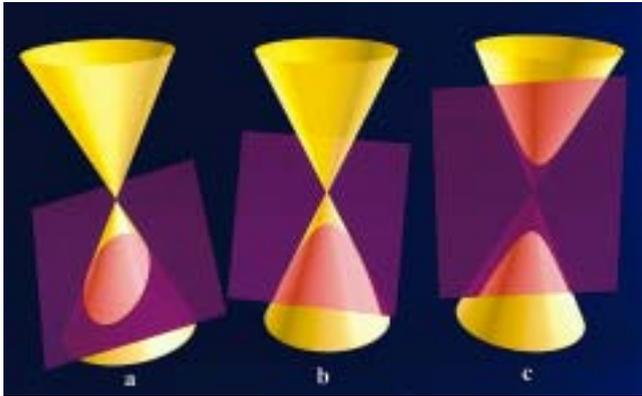


Figure 1 : Origine des sections coniques. Cette famille de courbe est engendrée par l'ensemble des points sécants entre un plan et deux nappes de cône de révolution. En fonction de l'inclinaison du plan sécant aux deux nappes, on obtient chacun des types de sections coniques. – à gauche : quand le plan sécant est oblique à l'axe de révolution du cône, on obtient une ellipse. – au centre : quand l'inclinaison du plan est parallèle à l'une des génératrices d'un cône, (c'est à dire maximale en respectant la condition de ne couper qu'une seule des deux nappes de cône), on obtient une parabole. – à droite : quand l'inclinaison du plan lui fait couper les deux nappes, la courbe obtenue est une hyperbole.

Figure 2 : Définition géométrique de l'excentricité : Pour tout point M donné de la section conique le rapport entre la distance au foyer F (MF) et la directrice d (MH) est constant et égal à l'excentricité e. Dans cet exemple : $e = 0,5$ donc $p = 0,75$ et $Q = -0,25$ (valeur estimée moyenne de l'asphéricité cornéenne).

mesure que l'on considère les régions plus éloignées de celui-ci (région non paraxiale), les points de la section conique s'écartent de ceux du cercle osculateur, et ce d'autant plus que l'excentricité est prononcée. Inversement, si l'excentricité est nulle ($e = 0$) les courbes sont confondues en un même cercle de rayon R : le rayon courbure est identique en chaque point de la courbe.

Le rayon de courbure apical est donc le rayon du cercle tangent au sommet de la section conique ; l'excentricité caractérise la variation de ce rayon de courbure à mesure que l'on s'éloigne de ce sommet. Il est possible de substituer à l'excentricité d'autres paramètres pour quantifier ces variations.

PARAMÈTRES PERMETTANT LA QUANTIFICATION DE L'ASPHÉRICITÉ CORNÉENNE

D'autres paramètres ont été utilisés pour quantifier l'asphéricité cornéenne ; p et Q.

Le facteur de forme p

Le paramètre p a été introduit par Baker [4] : en utilisant ce paramètre, l'équation (1) devient :

$$y^2 = 2Rx - px^2 \quad (2)$$

avec

$$p = 1 - e^2 \quad (3)$$

L'effet sur le profil cornéen des variations de ce paramètre est plus facile à appréhender que celles de l'excentricité, d'où sa dénomination « facteur de forme » et sa prépondérance dans la littérature pour quantifier l'asphéricité. Il existe une relation entre p, les dimensions des hémiaxes a (horizontal) et b (vertical) et le rayon R du cercle osculateur au sommet O considéré d'une ellipse (fig. 3) :

$$p = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{R}{a}$$

- quand $p > 0$,
- si $a > b$, $p < 1$, et l'ellipse est prolate.
- si $a < b$, $p > 1$, et l'ellipse est oblate.
- si $a = b$, $p = 1$ et l'ellipse est un cercle.

Cette notation présente ainsi l'avantage de permettre au coefficient du terme de second degré de l'équation (1) d'être supérieur à 1 ($e^2 < 0$, cas de l'ellipse oblate), contrairement à l'expression $1 - e^2$.

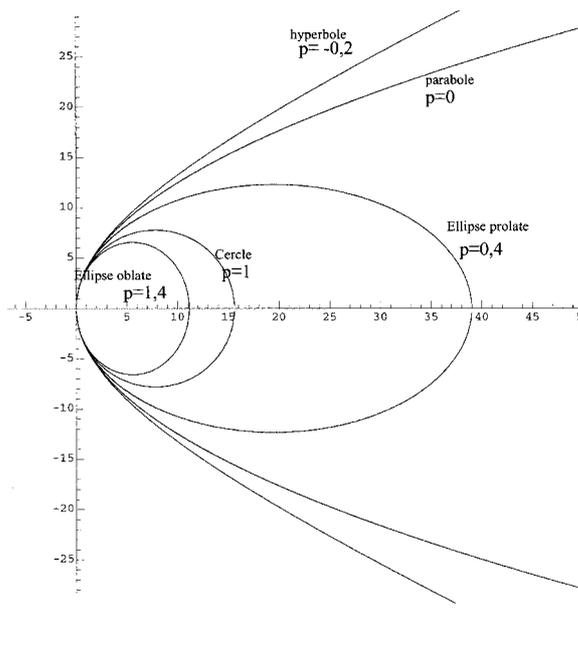
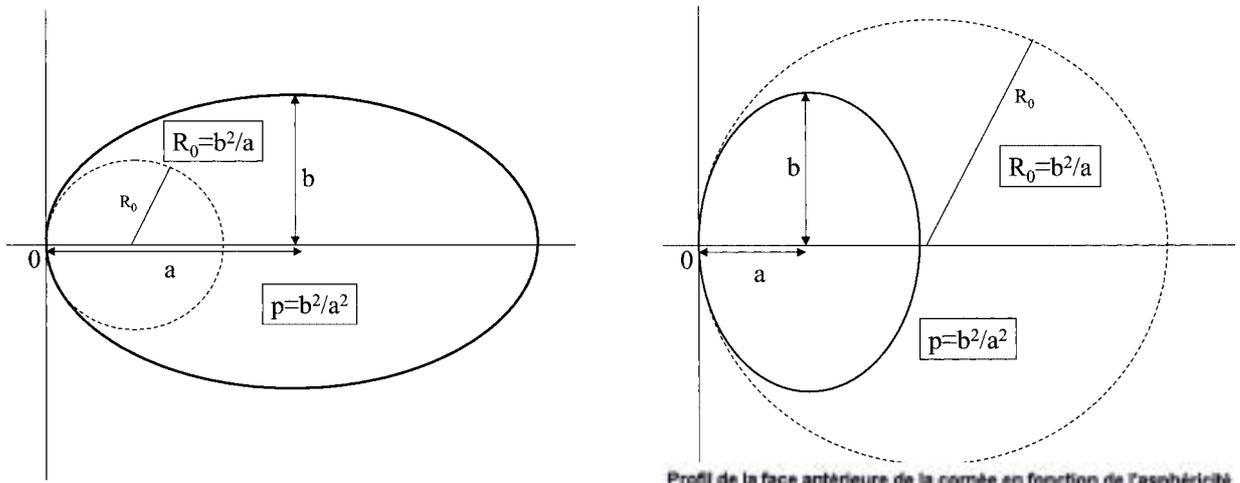
- quand $p = 0$, la section conique est une parabole.
- quand $p < 0$, la section conique est une hyperbole.

La figure 4 montre l'effet de la variation de p pour des sections coniques de même rayon apical (R_0 constant).

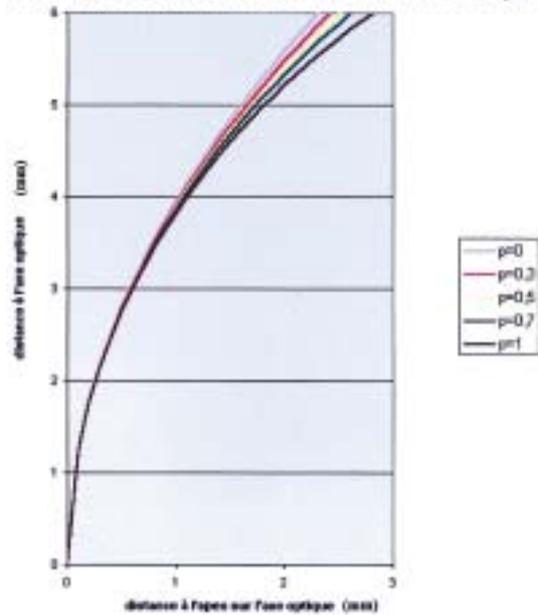
La figure 5 révèle l'effet des variations de p sur un profil de la face antérieure de la cornée modélisé par une section conique, quand le rayon apical est constant.

Le paramètre Q

En 1982, Kiely *et al.* [5] ont publié une étude portant sur l'analyse de l'asphéricité cornéenne in vivo ; celle-ci était mesurée au moyen du photokératoscope de Clark et désignée par un nouveau paramètre Q, relié à p par la relation $Q = p - 1$. Ce paramètre est utilisé par certains vidéotopographes cornéens comme le système Eysis et le



Profil de la face antérieure de la cornée en fonction de l'asphéricité



84

Figure 3 : Ellipse prolata et ellipse oblate. **a :** ellipse prolata. Il existe deux héli-axes a et b. a est supérieur à b, et p est inférieur à 1. Le profil cornéen physiologique est le plus souvent prolata. **b :** b est supérieur à a. et p est supérieur à 1. Après chirurgie réfractive pour la myopie (kératotomie radiaire, laser excimer), le profil cornéen est souvent retrouvée oblate.

Figure 4 : Représentation dans un repère orthonormé des différents sections coniques dont le rayon de courbure apical est constant.

Figure 5 : Représentation de profils cornéens par des sections coniques de même rayon de courbure apical mais de facteur de forme différents. Ces profils cornéens sont pratiquement « confondus » dans la région proche de l'apex cornéen, et se séparent en s'éloignant de celui-ci. La différence de réfraction sera d'autant plus grande que le rayon incident sera éloigné de l'apex cornéen. Les axes sont gradués en millimètres.

logiciel Holladay Diagnosis Summary ou le topographe d'élévation Orbscan (Orbtek) pour l'estimation de l'asphéricité cornéenne centrale. Ce paramètre est communément dénommé dans la

littérature anglo-saxonne comme facteur d'asphéricité. Quand sa valeur est égale à 0, il désigne une surface sphérique.

Différents paramètres permettent donc de décrire les variations

du rayon de courbure cornéen le long d'un méridien cornéen. Le *tableau 1* en donne les équivalences et les valeurs des paramètres e, p et Q pour chaque type de section conique.

Tableau IValeur des paramètres e , p et Q pour chaque type de section conique.

	e^2	$p = (1 - e^2)$	$Q = -e^2$
Hyperbole	> 1	< 0	< -1
Parabole	1	0	-1
Ellipse prolata ^a	$0 < e^2 < 1$	$0 < p < 1$	$-1 < Q < 0$
Cercle ^b	1	1	0
Ellipse oblate ^c	< 1	> 1	> 0

a : Si p est inférieur à 1 ($Q < 0$: ellipse prolata, parabole, hyperbole), le rayon de courbure décroît avec l'éloignement au centre (aplatissement progressif, diminution de la cambrure).

b : Le cercle ($p = 1$, $Q = 0$) représente « un cas particulier », puisque c'est la seule section conique de rayon de courbure constant (égal au rayon apical).

c : Si p est supérieur à 1 ($Q > 0$, cas de l'ellipse oblate), le rayon de courbure de la courbe croît avec l'éloignement au centre (augmentation progressive de la cambrure). Ces variations permettent de décrire celles du profil cornéen avant et après chirurgie réfractive et d'étudier la genèse des aberrations sphériques.

ÉTUDE DES VARIATIONS DE L'ASPHÉRICITÉ DES DIFFÉRENTES INTERFACES CORNÉENNES DANS LA POPULATION GÉNÉRALE

Surface antérieure de la cornée

Valeurs moyennes du paramètre d'asphéricité

Les valeurs d'asphéricité rapportées dans ce paragraphe concernent la face antérieure de la cornée. De nombreuses publications ont été consacrées à la détermi-

nation de la valeur de son facteur d'asphéricité par différentes méthodes vidéokératométriques : en moyenne, celle-ci est proche de 0,8 [5-8]. Le profil moyen d'une section cornéenne est donc celui d'une ellipse prolata et par assimilation, la cornée est alors qualifiée de prolata ; le rayon de courbure augmente à mesure que l'on s'éloigne de l'apex cornéen. Une valeur de p égale à 0,74 ($Q = -0,26$) indique une augmentation du rayon de courbure d'environ 7 % par rapport à celui du cercle tangent à l'apex cornéen pour un point situé à 5 mm de celui-ci.

Tableau IIAsphéricité (Q) de la face antérieure de la cornée.

	S/Y^a	Q	Écart-types
Mandell et St Helen (1971)	8/8	-0,23	-0,04 à 0,72
Kiely <i>et al.</i> (1982)	88/176	-0,26	0,18
Edmund et Sjontrorf (1985)	40/80	-0,28	0,13
Guillon <i>et al.</i> (1986)	110/220	-0,18	0,15
Patel <i>et al.</i> (1993)	20/20	-0,01	0,25
Lam et Douthwaite (1997)	60/60	-0,30	0,13

a : S : nombre de sujets de l'étude ; Y : nombre d'yeux de l'étude.

Il existe cependant une grande variabilité interindividuelle et environ 20 % des sujets normaux présentent une cornée dite oblate ($p > 1$), voire paraboloidale ($p = 0$) ou hyperboloidale ($p < 0$) [8]. L'asphéricité cornéenne évolue avec l'âge, devenant plus sphérique (p tend vers 1 pour une cornée initialement prolata), ce qui expliquerait le taux supérieur d'aberrations sphériques retrouvé chez les sujets d'âge moyen et mûr [9].

La recherche d'un lien éventuel entre asphéricité cornéenne et amétropie a fait l'objet de plusieurs publications dont les résultats sont contradictoires ; absence de corrélation pour certains [10-12], alors que Carney *et al.* [13] ont récemment mis en évidence une tendance au moindre aplatissement périphérique de la cornée chez les myopes (p se rapprochant de 1). Récemment, Horner *et al.* [14] ont mis en évidence chez des sujets adolescents un lien entre la progression de la myopie et une variation de l'asphéricité vers une forme plus oblate. L'asphéricité cornéenne des sujets hypermétropes ne semble pas différer de celle de la population générale.

Le *tableau II* indique les différentes valeurs retrouvées dans la littérature pour la mesure du facteur d'asphéricité de la face antérieure de la cornée.

Variations méridionales de l'asphéricité

Pour une même face antérieure de cornée, l'asphéricité diffère légèrement selon les méridiens mesurés. Eghbali [8] a retrouvé une variation moyenne d'asphéricité selon les méridiens de 0,17. Kiely [5] n'a pas retrouvé de variation d'asphéricité significative pour deux axes perpendiculaires en fonction d'une direction particulière en étudiant 174 yeux. Toutefois, le méridien le plus oblate était le plus souvent horizontal, alors que le méridien le plus prolata n'avait pas d'affinité pour une direction particulière. Pour des axes perpendiculaires, la variation extrême d'asphéricité était

inférieure à 0,5 pour 80 % des patients étudiés.

Membrane de Bowman

La détermination de l'asphéricité de la surface représentée par la membrane de Bowman dénudée de l'épithélium cornée a été effectuée par mesure directe sur des yeux de cadavres par Simon *et al.* [15, 16] et retrouvée comparable à celle d'une ellipse prolata. Ces résultats diffèrent sensiblement de ceux de Patel *et al.* qui attribuent à la membrane de Bowman un facteur d'asphéricité moyen p négatif et égal à $-0,22$ (profil hyperbolique), d'après un calcul prenant en compte la mesure de l'épaisseur de l'épithélium cornéen par balayage ultrasonique à haute fréquence en différents points de la cornée [17].

Face postérieure de la cornée

Il existe peu de publications concernant l'asphéricité de la face postérieure de la cornée. Certains auteurs lui attribuent une forme hyperbolique [18], d'autres celle d'une ellipse aplatisante (forme prolata) [19].

LIMITES DE L'APPROXIMATION PAR LES SECTIONS CONIQUES

Les sections coniques fournissent une bonne approximation du profil cornéen au niveau des zones centrales et paracentrales, mais décrivent moins bien la périphérie cornéenne, où l'aplatissement réel est plus important que celui qu'elles décrivent.

Afin d'augmenter la précision de la modélisation, un ajustement mathématique est possible, par adjonction de coefficients polynomiaux de degrés supérieur à 2 à l'équation de la conique :

$$y = y_{\text{conique}} + C_2x^2 + C_4x^4 + C_6x^6 \dots$$

D'autres modèles mathématiques ont été proposés : logarithmi-

ques [20], fonction cosinus hyperbolique [21]... Ils ont cependant l'inconvénient de faire appel à des fonctions mathématiques relativement complexes, et d'être moins intelligibles que les sections coniques. De plus, la précision de ces dernières reste suffisante au niveau des diamètres cornéens utilisés pour l'étude fonctionnelle de la cornée.

APPLICATIONS DE LA MODÉLISATION CORNÉENNE PAR LES SECTIONS CONIQUES

La prise en compte de l'asphéricité cornéenne est utile dans de nombreux domaines où l'utilisation des sections coniques fournit une bonne approximation du profil cornéen.

Représentation tridimensionnelle de la cornée

En l'absence de toricité, la surface cornéenne peut être généralisée à partir de la révolution autour de l'axe optique d'une section conique (conoïde) et est donnée par l'équation suivante [22] :

$$x^2 + y^2 + pz^2 - 2rz = 0$$

où z est l'axe de révolution.

En fonction de p , cette équation correspond à une ellipsoïde de révolution oblate ou prolata, une paraboloïde de révolution, une hyperboloïde de révolution. En raison de la valeur moyenne de p (proche de 0,8), l'ellipsoïde prolata constitue une bonne approximation de la forme spatiale d'une cornée non torique. Il correspond à une portion de sphère qui serait déformée par étirement le long d'une des trois directions de l'espace (forme à laquelle s'apparente l'extrémité effilée du ballon de rugby). Tous les méridiens contenant cette direction possèdent alors le même rayon de courbure apical. Le paramètre p est également constant pour chaque méridien.

Pour modéliser une cornée torique, il est possible de définir le rayon apical et l'asphéricité respectifs des deux méridiens principaux orthogonaux [15]. Les sections sagittales intermédiaires ne seront pas égales, en raison d'une variation de leur rayon apical plus ou moins associée à une variation de leur asphéricité.

L'ellipsoïde torique correspond à l'étirement ou la compression d'une ellipsoïde le long d'un axe (différent de l'axe de révolution).

De façon similaire, un tore ellipsoïdal naît de l'étirement ou de la compression d'un tore (surface engendrée par la rotation d'un arc de cercle le long d'une direction perpendiculaire à celui-ci). La *figure 6* représente ces différentes surfaces tridimensionnelles.

Élaboration des algorithmes utilisés pour la vidéo-topographie cornéenne

Les propriétés géométriques des surfaces ellipsoïdales sont à la base des modèles mathématiques fréquemment utilisés pour l'élaboration et l'évaluation des algorithmes des vidéotopographes cornéens basée sur la réflexion spéculaire d'un disque de Placido [23-28]. Ces techniques d'examen fournissent, au travers du recueil du rayon de courbure en chacun des points explorés de la surface cornéenne, des informations quantitatives concernant le pouvoir optique de la cornée et non sa forme. Celle-ci ne peut être déduite qu'indirectement, en fonction des données quantitatives obtenues, et dépend de l'algorithme utilisé ainsi que du choix arbitraire de la valeur de l'indice de réfraction moyen de la cornée [29].

En raison même de l'asphéricité de la surface cornéenne, la courbure en chaque point de celle-ci dépend de la direction considérée. Toute représentation de la surface cornéenne dépend ainsi de la direction où l'on mesurera cette courbure. Dans le cadre de l'analyse de la surface cornéenne rap-

portée à une surface ellipsoïdale, ces directions correspondent à deux méridiens principaux : le méridien dit tangentiel, situé dans un plan contenant l'axe de symétrie, et le méridien dit sagittal, qui lui est perpendiculaire. Le long de ces méridiens, il est donc possible de définir deux rayons de courbure ; le rayon de courbure sagittal (ou axial), et le rayon de courbure tangentiel (ou instantané). Les algorithmes utilisés par la plupart des topographes cornéens pour le calcul des rayons de courbure principaux supposent que ceux-ci ont les mêmes propriétés que ceux d'une ellipsoïde : les rayons de courbure sagittaux ont leur centre situés sur l'axe de fixation, alors que la position du centre des rayons de courbure tangentiels est indépendante de cet axe (fig. 7).

En topographie par réflexion spéculaire d'un disque de Placido, l'asphéricité cornéenne se traduit par une variation de ces rayons de courbure locaux mesurés du centre (apex) vers la périphérie ; augmentation du centre vers la périphérie (aplatissement périphérique) dans le cas d'une cornée prolate, diminution dans le cas d'une cornée oblate (cambrement périphérique). Pour une cornée torique, l'asphéricité cornéenne serait responsable de l'aspect topographique en « nœud papillon » [30].

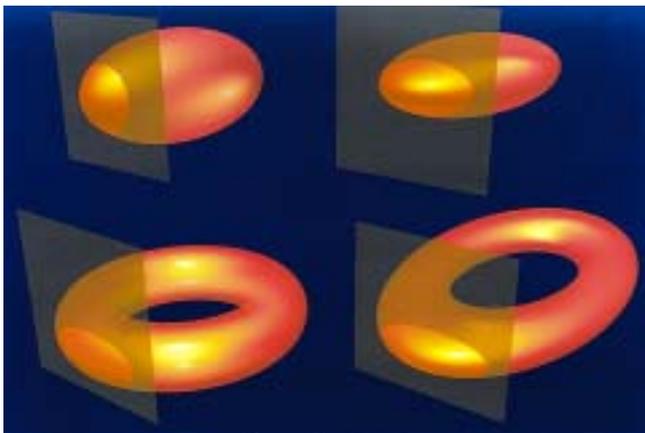
Le vidéokératoscope EYESYS couplé au logiciel utilitaire HDS (Holladay Diagnostic Summary) [31] permet de quantifier l'asphéricité cornéenne (Q) à partir des valeurs des rayons de courbure recueillies par le vidéokératoscope sur les 4,5 mm centraux. Pour chaque hé-

mimérien, une moyenne des variations du rayon de courbure est établie sur cette zone et permet de calculer la courbe asphérique qui en épouse au mieux le profil. L'excentricité de cette courbe correspond à la valeur d'asphéricité de l'hémimérien considéré. La valeur d'asphéricité moyenne de la cornée correspond à la moyenne des valeurs recueillies pour les 360 hémimériens.

Intérêt de l'asphéricité cornéenne pour l'étude des aberrations optiques

Aberrations sphériques oculaires

Les aberrations sphériques représentent une entité indépendante des erreurs de focalisation. En



6 | 7

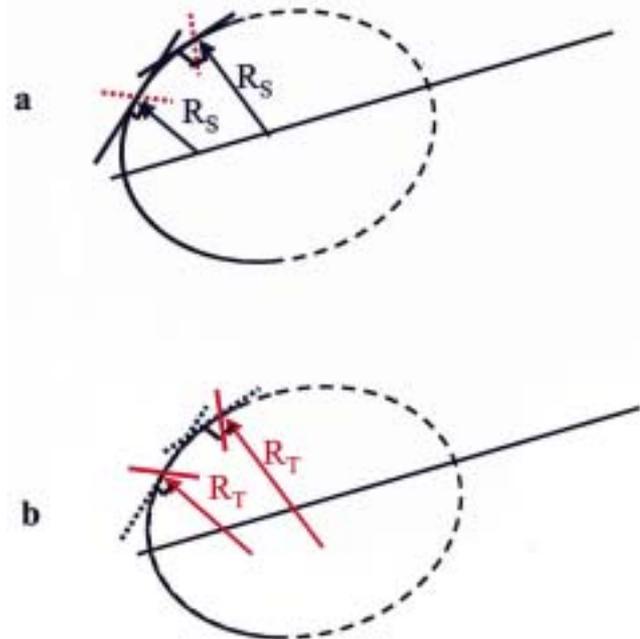


Figure 6 : Représentation des différentes figures utilisées pour la représentation tridimensionnelle de la cornée : – en haut, à gauche : ellipsoïde ; – au haut, à droite : ellipsoïde torique ; – en bas, à gauche : tore ; – en bas, à droite : tore ellipsoïdal... La surface cornéenne peut être modélisée par l'extrémité (section par un plan) d'une de ces figures, en fonction de l'asphéricité et de la toricité désirée.

Figure 7 : Rayons de courbure sagittaux et tangentiels. **a** : Rayons sagittaux : leur origine est située sur l'axe de symétrie de la section méridienne considérée, et ils sont perpendiculaires au plan tangent à la surface au point mesuré. La courbure est mesurée selon une certaine direction (en bleu). **b** : Rayons tangentiels : ils sont également perpendiculaire au plan tangent à la surface au point exploré, mesurent la courbure selon une direction perpendiculaire à celle des rayons sagittaux (en rouge), mais n'ont pas de contrainte quand à la position de leur origine, qui n'est pas située sur l'axe de symétrie. Ils varient plus vite que les rayons sagittaux.

1990, les premières images transmises par le télescope spatial Hubble furent jugées de qualité décevante, et les médias affublèrent cet instrument du qualificatif de « myope », ce qui était en fait inexact. En effet, c'est un taux élevé d'aberrations sphériques, lié à un défaut de courbure d'un des miroirs principaux, qui provoquait cette perte de qualité. Ce défaut fut corrigé par le remplacement du miroir défectueux. L'œil humain ne possède pas de miroir réfléchissant mais peut être assimilé à un ensemble de dioptries alignés sur un axe de symétrie : les aberrations sphériques varient en fonction de la taille du diamètre pupillaire (pupille d'entrée). Ainsi, l'image rétinienne formée par un œil emmétrope peut être quasiment dépourvue d'aberration sphériques pour un faible diamètre pupillaire, mais présenter des aberrations sphériques croissantes lorsque celui-ci augmente, avec détérioration de la qualité de l'image. Cette dégradation se traduit par une diminution de la sensibilité aux contrastes, la perception de halos,

et peut être objectivée par l'utilisation d'aberrromètres.

Le calcul du trajet de rayons lumineux au travers de surfaces asphériques (lancer de rayons ou « raytracing ») [4] permet d'étudier l'effet de faisceau incidents larges (c'est-à-dire hors des conditions paraxiales, sans toutefois les altérer). La *figure 8* décrit les effets aberrants du système optique oculaire humain, où la distance focale image paraxiale est plus grande que la distance focale image marginale. On estime que l'aberration sphérique varie avec le carré du carré du diamètre pupillaire, mais reste en général inférieure à 1 dioptrie pour une pupille de 4 mm de diamètre. Un œil théorique dont les dioptries seraient sphériques aurait une aberration sphérique proche de 2 dioptries et il est communément admis que l'asphéricité naturelle prolate de la cornée réduit environ de moitié les aberrations sphériques positives par rapport à une cornée sphérique ou oblate (*fig. 9*). La valeur moyenne de Q rapportée dans la littérature est de -0,26 et

l'on estime généralement que la face antérieure de la cornée, grâce à cette forme naturelle asphérique prolate, corrige environ la moitié des aberrations sphériques. Les aberrations sphériques persistantes sont néanmoins partiellement atténuées par le cristallin à l'état relâché. En effet, la structure de celui-ci est également pourvoyeuse d'aberrations mais de signe opposé à celles engendrées par la cornée, de telle sorte que les rayons lumineux qui traversent le centre du cristallin se focalisent en un point situé en arrière de ceux qui en traversent les bords. Cet élément est important à considérer pour la prise en compte de phénomènes tels que l'accommodation, l'âge du patient ou son niveau de presbytie.

L'introduction de surfaces cornéennes asphériques dans les modèles schématiques de l'œil permet d'étudier l'incidence des aberrations sphériques. Les modèles oculaires schématiques non paraxiaux reprennent certaines caractéristiques des modèles paraxiaux (rayons de courbures apicaux), toutefois as-

88

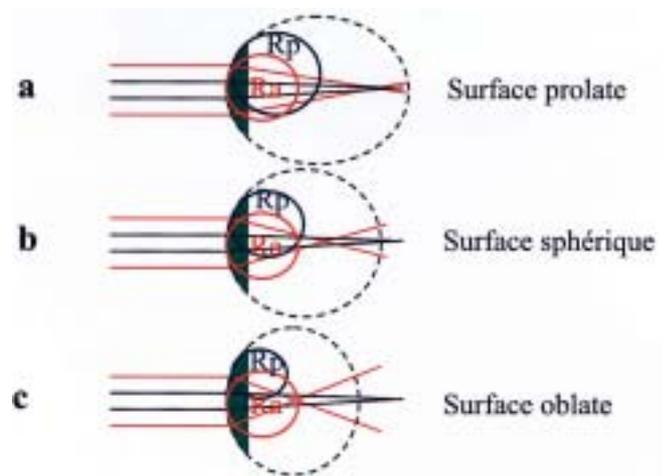
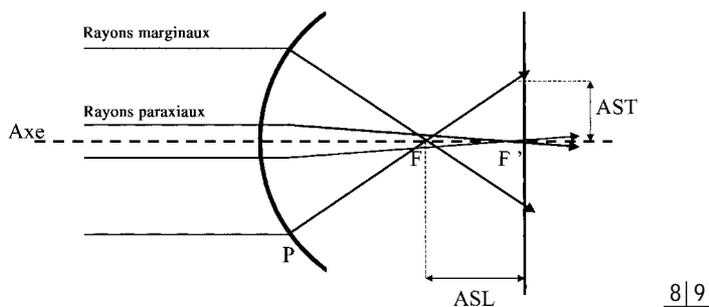


Figure 8 : Aberration sphérique longitudinale et transverse. Les rayons paraxiaux, près du centre pupillaire, traversent le système optique sans être concernés par les aberrations sphériques du système optique. Ils se focalisent au point F' . En revanche les rayons marginaux, qui entrent aux bords de la pupille, sont plus réfractés en raison d'un angle d'incidence supérieur et se focalisent en F et non en F' .

L'aberration sphérique longitudinale (ASL) correspond à la différence de vergence entre les rayons paraxiaux et marginaux. L'aberration sphérique transverse (AST) correspond à la différence verticale de projection rétinienne entre ces mêmes rayons.

Figure 9 : Variations de l'asphéricité de la surface antérieure de la cornée et aberrations sphériques : représentation schématique. Les variations d'asphéricité du profil cornéen antérieur influent sur le taux d'aberrations sphériques. Ceci est dû aux variations de courbures du profil cornéen (augmentation, valeurs constante, ou diminution entre les rayon de courbure apicaux R_a et périphériques R_p , tous autres paramètres confondus, plus la face antérieure est prolate, plus le taux d'aberrations sphériques positives diminue.

sortis d'une asphérisation prolate ou paraboloidale de certaines de leurs surfaces réfractives [32-35]. À partir d'un modèle d'œil schématique, il est possible de calculer une asphéricité idéale théorique pour la face antérieure de la cornée (c'est-à-dire induisant un taux minimum d'aberrations sphériques) [36-37]. Le taux d'aberration sphérique obtenu avec ces modèles est inférieur à celui calculé à partir des modèles paraxiaux. Cependant, le degré d'exactitude de la modélisation de la face postérieure de la cornée et du cristallin reste difficile à apprécier. Certains modèles fournissent toutefois des valeurs d'aberration sphériques relativement proches de celles observées en pratique clinique [35].

Variations de l'asphéricité cornéenne après chirurgie réfractive

Plusieurs études mettent en évidence une inversion de l'asphéricité naturelle de la cornée après kératotomy radiale [38-40]. L'étude de Hersh *et al.* [41] est la seule à comporter une étude quantitative statistiquement significative de l'asphéricité cornéenne après photokératectomie réfractive (PKR) démyopisante au laser excimer, déduite de la vidéotopographie cornéenne par un algorithme spécial (Holladay Diagnosis Summary) ; celle-ci a été retrouvée nettement modifiée par rapport aux valeurs habituelles, avec une valeur moyenne du coefficient d'asphéricité postopératoire Q égale à 1,01 (cornée nettement oblate).

Cette modification (augmentation de la cambrure cornéenne du centre vers la périphérie) est responsable d'une augmentation des aberrations sphériques positives qui expliquerait en partie certaines plaintes fonctionnelles de certains opérés [38-40, 42-45]. Le degré d'asphéricité cornéenne initiale n'est pas pris en compte pour le traitement des différentes amétropies par les lasers excimers actuellement utilisés en pratique courante, dont les algorithmes reposent sur les modèles paraxiaux de Munnerlyn

et al. [46]. Afin de limiter l'incidence des aberrations sphériques après PKR, Seiler *et al.* ont ainsi proposé la réalisation d'un profil d'ablation asphérique pour la correction de la myopie, caractérisé par l'adjonction d'une photoablation périphérique « en couronne », destinée à induire un « aplatissement » supplémentaire à ce niveau [47].

Contrôler le devenir de l'asphéricité cornéenne après chirurgie réfractive afin de limiter les aberrations sphériques induites et d'optimiser la qualité de vision [42, 43, 47, 48] constitue une voie de recherche appliquée intéressante [49, 50]. L'utilisation de modèles cornéens asphériques, l'intégration de données topographiques ou issues du recueil des aberrations optiques apporteront peut-être une solution efficace à ces problèmes.

Contactologie

Les premières modélisations cornéennes par les sections coniques ont été initialement développées par des contactologues dans le but d'améliorer la géométrie des lentilles [51-53]. La prise en compte de l'asphéricité cornéenne est utile en contactologie pour des adaptations particulières, notamment après chirurgie réfractive cornéenne où la géométrie de la face postérieure des lentilles doit être modifiée pour un résultat optimal (aplatissement central et cambrure périphérique) [54-56]. Les aberrations sphériques induites par le port de lentilles souples et rigides différant par l'asphéricité de leur face antérieure ont été étudiées [57-59]. Inversement, des modifications importantes de l'asphéricité cornéenne ont été retrouvées chez des patients présentant un « warpage » induit par le port prolongé de lentilles de contact rigides.

CONCLUSION

L'approximation du profil cornéen par une section conique permet

d'appréhender simplement l'asphéricité cornéenne et d'en fournir une description quantitative. L'utilisation de ce type de modèle est utile pour concevoir des modèles non paraxiaux qui permettent d'obtenir une description plus précise de la surface cornéenne et de comprendre la genèse de certains types d'aberrations optiques.

RÉFÉRENCES

1. Dahan-Dalmedico A, Peiffer J. Apollonius et les sections coniques. In : Une histoire des mathématiques. Routes et dédales. Ed du Seuil, 1986 :64-7.
2. Townsley M. New knowledge of corneal contour. *Contacto*, 1970;14:38-44.
3. Mandell RB, St Helen R. Mathematical model of the corneal contour. *Br J Physiol Opt*, 1971;26:185-97.
4. Baker TY. Raytracing through non-spherical surfaces. *Proceeds of the Royal Society*, 1944;55:361-4.
5. Kiely PM, Smith G, Carney LG. The mean shape of the human cornea. *Optica Acta*, 1982;8:1027-40.
6. Guillon M, Lydon DPM, Wilson C. Corneal topography: a clinical model. *Ophthalm Physiol Opt*, 1986;6:47-56.
7. Douthwaite WA, Sheridan M. The measurement of the corneal ellipse for the contact lens practitioner. *Ophthalm Physiol Opt*, 1989;9:239-42.
8. Eghbali F, Yeung, KK, Maloney RK. Topographic determination of corneal asphericity and its lack of effect on the refractive outcome of radial keratotomy. *Am J Ophthalmol*, 1995;119:233-6.
9. Guirao A, Redonda M, Artal P. Optical aberrations of the human cornea as a function of age. *J Opt Soc Am*, 2000;17:1697-702.
10. Mainstone JC, Carney LG, Anderson CR, Clem PM, Stephensen AL, Wilson MD. Corneal shape in hyperopia. *Clin Exp Optom*, 1998;3:131-7.
11. Rowsey JJ, Balyeat HD, Monlux R, Holladay J, Waring GO, Lynn MJ. Prospective evaluation of radial keratotomy: photokeratoscope corneal topography. *Ophthalmology*, 1988;95:322-34.
12. Sheridan M, Douthwaite WA. Corneal asphericity and refractive error. *Ophthalm Physiol Opt*, 1989;9:235-8.
13. Carney LG, Mainstone JC, Henderson BA. Corneal topography and myopia. A cross-sectional study. *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 1997;38:311-20.
14. Horner DG, Soni PS, Vyas N, Himebaugh NL. Longitudinal changes in corneal asphericity in myopia. *Optom Vis Sci*, 2000;74:198-203.

15. Simon G, Ren Q, Kervick GN, Parel JM. Optics of the corneal epithelium. *Refract Corneal Surg*, 1993;9:42-50.
16. Simon G, Legeais JM, Parel JM. Le pouvoir optique de l'épithélium cornéen. *J Fr Ophthalmol*, 1993;16:41-7.
17. Patel S, Reinstein DZ, Silverman RH, Coleman DJ. The shape of Bowman's layer in the human cornea. *J Refract Surg*, 1998;14:636-40.
18. Rivett AG, Ho A. The posterior corneal topography. *Invest Ophthalmol Vis Sci*. (ARVO Abstract), 1991;32:1001.
19. Patel S, Marshall J, Fitzke EW. The shape and radius of the posterior corneal surface. *Refract Corneal Surg*, 1993;9:173-81.
20. Bonnet R, Cochet P. New method of topographic ophthalmometry-its theoretical and clinical applications. *Am J Optom*, 1962;227-52.
21. Kasprzak HT, Jankowska-Kuchta EA. New approximation of corneal topography. *J Modern Opt*, 1996;43:1135.
22. Douthwaite WA, Burek H. Mathematical models of the corneal surface. *Ophthalmic Physiol Opt*, 1993;13:68-72.
23. Douthwaite WA, Hough T, Edwards K, Notay H. The eysis videokeratographic assessment of apical radius and p-value in the normal human cornea. *Ophthalmic Physiol Opt*, 1999;6:467-74.
24. Douthwaite WA. Eeyesis corneal topography measurement applied to calibrated ellipsoid convex surfaces. *Br J Ophthalmol*, 1995;9:797-801.
25. Mandell RB, Klein SA, Sgie CH, Barsky BA, Yang Z. Axial and instantaneous radii in videokeratography. *Invest Ophthalmol Vis Sci Suppl*, 1994;35:2079.
26. Guillon M, Lydon DPM, Wilson C. Corneal topography: a clinical model. *Ophthalmic Physiol Opt*, 1986;6:47-56.
27. Klein SA, Mandell RB. Shape and refractive powers in corneal topography. *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 1995;36:2096-109.
28. Fowler CW, Dave TN. Review of past and present techniques of measuring corneal topography. *Ophthalmic Physiol Opt*, 1994;14:49-58.
29. Roberts C. The accuracy of "power" maps to display curvature data in corneal topography systems. *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 1994;35:3525-32.
30. Keller PR, Reid PG, van Saarloos PP. Corneal topography bow-tie pattern: artifact of videokeratography? *J Cataract Refract Surg*, 1997;23:1339-44.
31. Holladay JT. Corneal topography using the Holladay diagnostic summary. *J Cataract Refract Surg*, 1997;23:209-21.
32. Drasdo N, Fowler CW. Non-linear projection of the retinal image in a wide-angle schematic eye. *Br J Ophthalmol*, 1974;58:709-14.
33. Kooijman AC. Light distribution on the retina of a wide-angle theoretical eye. *J Opt Soc Am*, 1983;73:1544-50.
34. Navarro R, Santamaria J, Bescos J. Accommodation-dependant model of the human eye with aspherics. *J Opt Soc Am A*, 1985;2:1273-81.
35. Liou HL, Brennan NA. Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling. *J Opt Soc Am A*, 1997;14:1684-95.
36. Patel S, Marshall J, Fitzke III FW. Model for predicting the optical performance of the eye in refractive surgery. *Refract Corneal Surg*, 1993;9:366-75.
37. Munger R. New paradigm for the treatment of myopia by refractive surgery. *J Refract Surg*, 2000;16:S651-3.
38. Applegate RA, Howland HC, Buettner J et al. Corneal aberrations before and after radial keratotomy (RK) calculated from videokeratometric measurements. *Vis. Sci Appl Tech Digest (OSA)*, 1994; 2:58-61.
39. Hemenger RP, Tomlinson A, Caroline PJ. Role of spherical aberration in contrast sensitivity loss with radial keratotomy. *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 1989;30:1997-2001.
40. Schwiegerling J, Greivenkamp JE, Miller JM et al. The effects of radial keratotomy on the asphericity of the cornea. *Vis Sci Appl Tech Digest (OSA)*, 1996;1:208-11.
41. Hersh PS, Shah SI, Holladay JT. Corneal asphericity following excimer laser photorefractive keratectomy. *Ophthalmic Surg Lasers*, 1996;27:421-8.
42. Applegate RA, Howland HC. Refractive surgery, optical aberrations, and visual performances. *J Refract Surg*, 1997;13: 295-9.
43. Fleming JF. Should refractive surgeons worry about corneal asphericity? *Refract Corneal Surg*, 1990;6:455-7.
44. Rowsey JJ, Rubin ML. Refraction problems after refractive surgery. *Surv Ophthalmol*, 1988;32:414-20.
45. Seiler T, Reckmann W, Maloney RK. Effective spherical aberration of the cornea as a quantitative descriptor in corneal topography. *J Cataract Refract Surg*, 1993;19:155-64.
46. Munnerlyn C, Koons S, Marshall J. Photorefractive keratectomy: a technique for laser refractive surgery. *J Cataract Refract Surg*, 1988;14:46-52.
47. Seiler T, Genth U, Holschbach A, Dorse M. Aspheric photorefractive keratectomy with excimer laser. *Refract Corneal Surg*, 1993;9:166-72.
48. Touzeau O, Borderie V, Loison K, Alloch C, Sheer S, Chastang P, Laroche L. Correlation between corneal topography and subjective refraction in idiopathic and surgery-induced astigmatism. *J Fr Ophthalmol*, 2001;24:129-38.
49. McRae SM. Supernormal vision, hypervision, and customized corneal ablation. Guest Editorial. *J Refract Surg*, 2000;26: 154-7.
50. Schwiegerling J, Snyder RW. Corneal ablation patterns to correct for spherical aberration in photorefractive keratectomy. *J Cataract Refract Surg*, 2000;26: 214-21.
51. Burek H. Conics, corneae, and keratometry. *Optician*, 1987;18:339.
52. Bennett AG. Aspherical and continuous curve contact lenses. *Optom Today*, 1988;11-4.
53. Mandell RB. The enigma of the corneal contour. *CLAO*, 1992;18:267-73.
54. Lim L, Siow KL, Sakamoto R, Chong JS, Tan DT. Reverse geometry contact lens wear after photorefractive keratectomy, radial keratectomy, or penetrating keratoplasty. *Cornea*, 2000;19:320-4.
55. Szczotka LB, Aronsky M. Contact lenses after LASIK. *J Am Optom Assoc*, 1998; 69:775-84.
56. Chan JS, Mandell RB, Johnson L, Reed C, Fusaro R. Contact lens base curve prediction from videokeratography. *Optom Vis Sci*, 1998;75:445-9.
57. Cox I. Theoretical calculation of longitudinal spherical aberration of rigid and soft contact lenses. *Optom Vis Sci*, 1990;67:277-82.
58. Patel S. The influence of hydrogel contact lens shape on the spherical aberration of the eye. *Journal of the British Contact Lens Association*, 1991;14:189-91.
59. Collins MJ, Brown B, Atchinson DA, Newman SD. Tolerance to spherical aberration induced by rigid contact lenses. Collins MJ, Brown B, Atchinson DA, Newman SD. *Ophthalmic Physiol Opt*, 1992;12:24-8.